Supponiamo di voler determinare una formula generale che permetta di esprimere:

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n$$

Osserviamo che negli esercizi N. 5 e N. 8 abbiamo già provato che

$$1 + 2 + \ldots + 2n = \frac{n(n+1)}{2};$$
$$1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1) = n^2.$$

Risulta allora

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = 1 + 2 + \ldots + 2n - (1 + 3 + 5 + \ldots + (2n-1)),$$

e dunque

$$2 + 4 + 6 + \ldots + 2n = n(2n+1) - n^2 = n^2 + n = n(n+1).$$

Dimostriamo questa uguaglianza utilizzando il principio di induzione. Dobbiamo pertanto provare la disuguaglianza per il primo n, supporla poi vera in un generico intero n e dimostrarla per l'intero successivo $(n+1)$.

Per $n = 2$ risulta $2 = 2$.

Supponiamo allora che la disuguaglianza sia vera in un generico intero n e proviamo la disuguaglianza per $n+1$.

$$\begin{aligned} 2 + 4 + 6 + \ldots + 2n + 2(n+1) &= n(n+1) + 2n + 2 = n^2 + 3n + 2 = \\ &= (n+1)(n+2) \end{aligned}$$

Allora, per il principio di induzione l'uguaglianza è vera per ogni $n \in I\!N$.