

Se a, b sono due numeri reali $(a - b)^2 \geq 0$ e dunque $a^2 + b^2 \geq 2ab \iff \frac{a^2 + b^2}{2} \geq ab$. Applichiamo questa disuguaglianza quando $a = a_n, b = \frac{1}{n}$.

In questo caso

$$0 \leq \frac{a_n}{n} \leq \frac{1}{2} \left(a_n^2 + \frac{1}{n^2} \right).$$

La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{n}$ converge allora per confronto.