Le risposte esatte sono (b), (c). Proviamo innanzitutto che la (b) è esatta. Sappiamo che

$$\lim_{n\to\infty} n^\alpha a_n = 3 = \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{\frac{1}{n^\alpha}}.$$

Se $\alpha > 1$ questo limite ci dice innanzitutto che la successione $(a_n)_n$ è infinitesima per $n \to \infty$. Inoltre, applicando il criterio del confronto asintotico, si ottiene allora che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ha lo stesso comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ la quale è la serie armonica generalizzata che converge per $\alpha > 1$.

Proviamo ora la (c). Se $\alpha < 0$ allora il fattore n^α è un infinitesimo per $n \to \infty$ e dunque, affinché il limite valga 3, la successione a_n deve tendere ad infinito per $n \to \infty$. Dunque $a_n \not\to 0$ e quindi la serie (che è a termini positivi) diverge.

Se $\alpha = 0$ allora $\lim_{n\to\infty} a_n = 3 \neq 0$ e dunque, come prima, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverge. Se $0 < \alpha \leq 1$, sempre per il criterio del confronto asintotico, la serie data ha lo stesso comportamento della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ che è divergente.

La risposta (a) non può essere vera, basta prendere $\alpha = -1$ e $a_n = 3n$.

La (d) è banalmente falsa, basta tener conto delle motivazioni precedenti.