

Calcoliamo il seguente limite adoperando i teoremi di L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5 \log x}{\log \sin x}.$$

Questo limite conduce, con un passaggio diretto, alla forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$. Verifichiamo che si può adoperare la regola di L'Hospital.

Le due applicazioni al numeratore ed al denominatore risultano continue e derivabili in un intorno del punto zero, inoltre la derivata del denominatore, essendo uguale a $\cot x$, risulta diversa da zero in un opportuno intorno destro di zero. Allora adoperando la regola di L'Hospital si ha

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5 \log x}{\log \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{5}{x}}{\cot x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{5 \sin x}{x \cos x} = 5. \end{aligned}$$