Proviamo che per ogni $n \geq 1$ vale

$$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Dimostriamo questa uguaglianza utilizzando il principio di induzione. Dobbiamo pertanto provare la disuguaglianza per il primo n, supporla poi vera in un generico intero n e dimostrarla per l'intero successivo $(n+1)$.

Per $n = 1$ risulta $1 = 1$.

Supponiamo allora che la disuguaglianza sia vera in un generico intero n e proviamo la disuguaglianza per $n + 1$.

$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + \ldots + n + n + 1 &= \frac{n(n+1)}{2} + n + 1 = \frac{n^2 + n + 2n + 2}{2} = \\ &= \frac{(n+1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

Allora, per il principio di induzione l'uguaglianza è vera per ogni $n \in I\!N$.