

Calcoliamo la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}.$$

Si tratta di una serie telescopica, spezziamo il termine generale in due addendi:

$$\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{a}{n^2} + \frac{b}{(n+1)^2} = \frac{(a+b)n^2 + 2an + a}{n^2(n+1)^2}.$$

Per il principio di identità dei polinomi $a = 1, b = -1$. La serie allora si può scrivere nella forma

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2}$$

La somma parziale n -esima della serie è data da

$$s_n = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

e

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = 1.$$