Calcoliamo il seguente limite adoperando i teoremi di L'Hospital

$$\lim_{x\to+\infty} x\log(\frac{x-2}{x+2}).$$

Questo limite conduce, con un passaggio diretto, alla forma indeterminata $0\cdot\infty$.

Si osservi che

$$\lim_{x\to+\infty} x\log(\frac{x-2}{x+2}) = \lim_{x\to+\infty} \frac{\log(\frac{x-2}{x+2})}{\frac{1}{x}}$$

e quindi si é ricondotti allo studio del limite del rapporto di due infinitesimi.

Verifichiamo che si può adoperare la regola di L'Hospital.

Le due applicazioni al numeratore ed al denominatore risultano continue e derivabili in un intorno destro del punto zero, inoltre la derivata del denominatore, essendo uguale a $-\frac{1}{x^2}$, risulta sempre diversa da zero. Allora adoperando la regola di L'Hospital si ha

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(\frac{x-2}{x+2})}{\frac{1}{x}} &= \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{x+2}{x-2}\frac{x+2-x+2}{(x+2)^2}}{-\frac{1}{x^2}}\\ &= \lim_{x\to+\infty} -4\frac{x^2}{(x-2)(x+2)} = -4.\end{aligned}$$