GLI INSIEMI

Un **insieme** è una classe di oggetti. Gli oggetti si chiamano **elementi di un insieme**. Gli insiemi e gli elementi che li compongono vengono denotati con lettere, maiuscole e minuscole rispettivamente.

Sia **I** un insieme. Per indicare che **x è un elemento dell'insieme I** si usa la notazione:

$$\mathbf{x \in I}$$

che si legge **x appartiene ad I**.
Per indicare, invece, che **x non è un elemento dell'insieme I** si usa la notazione:

$$\mathbf{x \notin I}$$

e che si legge **x non appartiene ad I**.

Siano **I** e **J** due insiemi. Se, ogni elemento di **J** appartiene anche ad **I**, allora si dice che **J è incluso in I** o che **J è contenuto in I** e si scrive: $\mathbf{J \subseteq I}$, oppure si dice che **I include J** e si scrive: $\mathbf{I \supseteq J}$, **(**in questo caso si dice che **J è un sottoinsieme di I)**.

Se esiste almeno un elemento di **I** che non appartiene a **J** si dice che **J è un sottoinsieme proprio di I** e si scrive:

$J \subset I$ oppure $I \supset J$

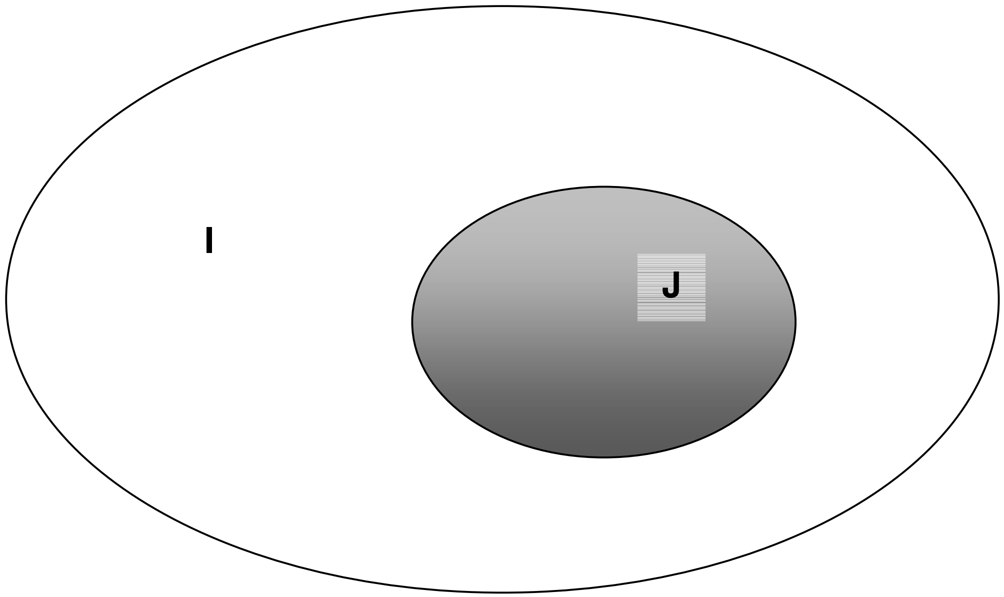

fig. 1

Sia dato un insieme **I**; se vogliamo indicare esplicitamente i suoi elementi possiamo usare le parentesi graffe e scrivere, ad esempio:

$$I = \{ x_1 , x_2 , \ldots\ldots \}$$

L' **insieme vuoto** è l'insieme che non contiene alcun elemento; esso si indica con il simbolo $\emptyset$. L'insieme vuoto, naturalmente, è sottoinsieme di ogni insieme.

Intersezione, unione e differenza di insiemi

Siano **I** ed **J** due insiemi. Si definisce **intersezione di I** e **J** e si denota con **I** $\cap$ **J** l'insieme costituito dagli elementi che appartengono contemporaneamente a **I** e d **J**, cioè

$$\mathbf{I} \cap \mathbf{J} = \{ \mathbf{x} : \mathbf{x} \in \mathbf{I} \text{ e } \mathbf{x} \in \mathbf{J} \}.$$

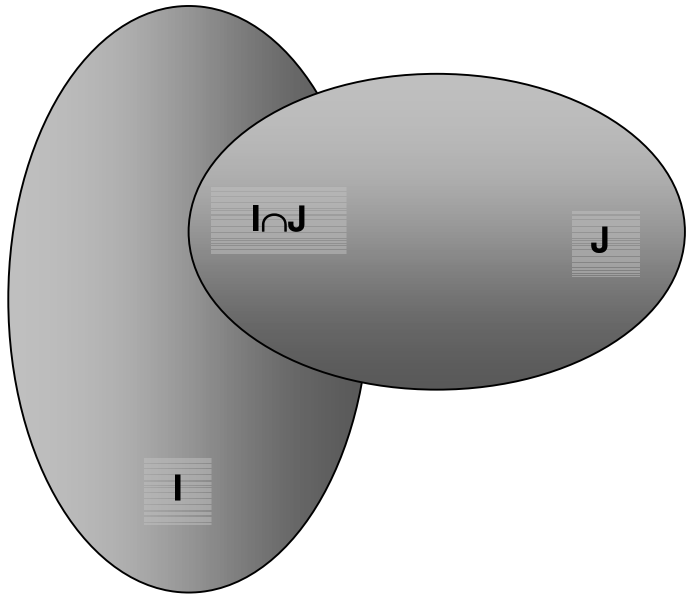

fig. 2

Due insiemi I ed J si dicono **disgiunti** se la loro intersezione è uguale all'insieme vuoto, cioè se:

$$\mathbf{I} \cap \mathbf{J} = \varnothing$$

Si definisce **unione di I ed J** e si denota con **I U J** l'insieme costituito dagli elementi che appartengono ad almeno uno degli insiemi, cioè l'insieme di tutti gli elementi che appartengono a I e a J. In simboli si scrive :

$$\mathbf{I \cup J = \{ x : x \in I \text{ oppure } x \in J \}.}$$

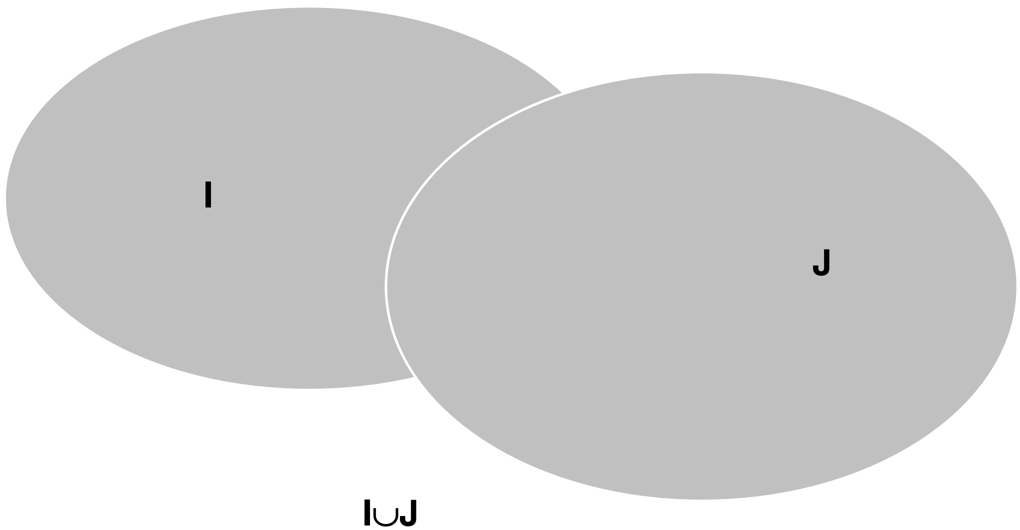

fig. 3

Si definisce **differenza tra I ed J** e si denota con **I – J** l'insieme di tutti gli elementi di I che non appartengono ad J. In simboli si scrive:

$$\mathbf{I - J = \{\, x : x \in I \quad e \quad x \notin J \}}$$

Insiemi e sottoinsiemi particolari :

insiemi particolarmente importanti sono l'i**nsieme N dei numeri naturali**:

$$\mathbf{N = \{ 0, 1, 2, 3 ,....\}}$$

l'**insieme Z dei numeri interi relativi**:

$$\mathbf{Z = \{ ..., -3, -2 ,-1 , 0, 1, 2, 3, ...\}}$$

l'**insieme Q dei numeri razionali** ed, infine, l'**insieme R dei numeri reali**.

L'**intervallo chiuso di estremi a e b**, **[a, b]**, èdefinito dalla disuguaglianza:

$$\mathbf{a \leq x \leq b}$$

Analoghe considerazioni per gli intervalli aperti e semiaperti a destra o a sinistra.

Gli intervalli [a,b],]a,b[, [a,b] e [a,b[sono **intervalli limitati**. E', infatti, possibile definire anche gli **intervalli non limitati**. Più precisamente, si chiama **intervallo chiuso non limitato superiormente di estremo inferiore a** e si denota con **[a, +∞[** l'insieme di tutti i numeri reali **x** che soddisfano la seguente disuguaglianza:

x ≥ a

Si chiama **intervallo aperto non limitato superiormente di estremo inferiore a** e si denota con **]a, +∞[** l'insieme di tutti i numeri reali **x** che soddisfano la seguente disuguaglianza:

x > a

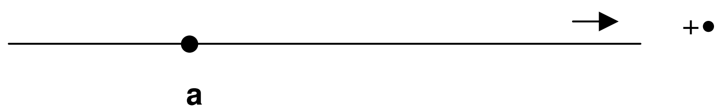

fig. 4

Si chiama **intervallo chiuso non limitato inferiormente di estremo superiore b** e si denota con **]-∞, b]** l'insieme di tutti i numeri reali **x** che soddisfano la seguente disuguaglianza:

x ≤ b

Si chiama **intervallo aperto non limitato inferiormente di estremo superiore b** e si denota con **]-∞, b[** l'insieme di tutti i numeri reali **x** che soddisfano la seguente disuguaglianza:

$$x < b$$

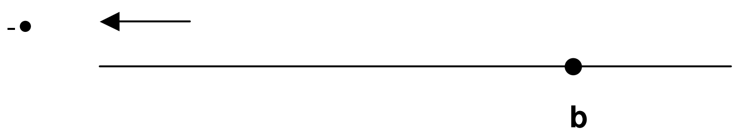

fig. 5

Geometricamente, tali intervalli sono rappresentabili mediante delle **semirette** che contengono o meno il loro punto di origine secondo il tipo di intervallo.