

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + \tan^2 x + x^3}{1 - \cos x}.$$

Applichiamo il principio di sostituzione degli infinitesimi:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + \tan^2 x + x^3}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + \tan^2 x}{1 - \cos x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + \tan^2 x}{x^2} \cdot \frac{x^2}{1 - \cos x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 x}{x^2} + \frac{\tan^2 x}{x^2} \right) \cdot \frac{x^2}{1 - \cos x} = 2 \cdot 2 = 4. \end{aligned}$$