Studiamo, al variare di $x \in I\!R$, il comportamento della serie:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3^n + 1}.$$

La serie data è a termini positivi ed il suo termine generale è una funzione pari. È sufficiente dunque studiarla per $x \geq 0$. Studiamo innanzitutto il comportamento del termine generale quando n tende a $+\infty$ e per $x \geq 0$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{x^{2n}}{3^n + 1} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \sqrt{3} \\ 1 & x = \sqrt{3} \\ +\infty & x > \sqrt{3} \end{cases}$$

Se ne deduce dunque immediatamente che la serie data diverge per $|x| \geq \sqrt{3}$. Se invece $|x| < \sqrt{3}$ si ha che

$$\frac{x^{2n}}{3^n + 1} \leq (\frac{x^2}{3})^n$$

e dunque la serie data converge per confronto poiché è maggiorata da una serie geometrica di ragione più piccola di 1.