

La risposta esatta è la (b), infatti se la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge assolutamente allora

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = 0.$$

Dunque, per la definizione di limite, preso $\varepsilon = 1$, esiste $n(1)$ tale che per ogni $n \geq n(1)$ risulta $|a_n| \leq 1$. Allora, per ogni $n \geq n(1)$, si ha

$$0 \leq a_n^2 \leq |a_n| \leq 1.$$

La serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2$ converge per il criterio del confronto.

Proviamo con degli esempi che le risposte (a), (c) non sono vere in generale. Per quanto riguarda la (a) sia $a_n = (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$. La serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}}$ converge semplicemente per il criterio di Leibnitz, mentre $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ è divergente.

Per quanto riguarda la (c) basta prendere $a_n = \frac{1}{n}$.