Calcoliamo il seguente limite adoperando i teoremi di L'Hospital

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(2+3x)^4}{\log(5+7x)^3}.$$

Si ha

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(2+3x)^4}{\log(5+7x)^3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4\log(2+3x)}{3\log(5+7x)}.$$

Questo limite conduce, con un passaggio diretto, alla forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$. Verifichiamo che si puó adoperare la regola di L'Hospital.

Le due applicazioni al numeratore ed al denominatore risultano continue e derivabili in una semiretta destra, inoltre la derivata del denominatore, essendo uguale a $\frac{1}{5+7x}$, risulta sempre diversa da zero per $x>0$. Allora adoperando la regola di L'Hospital si ottiene

$$\begin{aligned}\lim_{x\to+\infty}\frac{4\log(2+3x)}{3\log(5+7x)} &= \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{3}\frac{\dfrac{3}{2+3x}}{\dfrac{7}{5+7x}}\\ &= \lim_{x\to+\infty}\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2+3x}\cdot\frac{5+7x}{7}=\frac{4}{3}.\end{aligned}$$