1) Determinare tutti i numeri reali x, y tali che

$$(1+i) = xe^{iy}(1-i).$$

Moltiplicando ambo i membri per il fattore $(1+i)$ si ottiene

$$(1+i)^2 = xe^{iy}(1-i)(1+i) = 2xe^{iy};$$

$$1 + i^2 + 2i = 2i = 2xe^{iy};$$

$$i = xe^{iy}$$

Dalle formule di Eulero possiamo scrivere

$$i = x(\cos y + i \sin y) \Leftrightarrow i = x\cos y + ix \sin y,$$

quindi deve risultare

$$\begin{cases} x \cos y = 0 \\ x \sin y = 1. \end{cases}$$

Poiché x non può essere zero, deve risultare

$$\cos y = 0 \Leftrightarrow y = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

Dunque, se $y = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow \sin y = 1 \Rightarrow x = 1$,

se invece $y = \frac{\pi}{2} + (2k+1)\pi \Rightarrow \sin y = -1 \Rightarrow x = -1$.

Quindi le coppie che soddisfano l'equazione sono

$$(1, \frac{\pi}{2} + 2k\pi) \qquad\qquad (-1, \frac{\pi}{2} + (2k+1)\pi).$$