

Calcoliamo

$$\int \frac{\sin 2x}{e^x} dx.$$

Integrando due volte per parti si ottiene

$$\begin{aligned}\int \frac{\sin 2x}{e^x} dx &= \int e^{-x} \sin 2x dx \\&= \int (-e^{-x})' \sin 2x dx \\&= -e^{-x} \sin 2x + 2 \int e^{-x} \cos 2x dx \\&= -e^{-x} \sin 2x + 2 \int (-e^{-x})' \cos 2x dx \\&= -e^{-x} \sin 2x + 2(-e^{-x} \cos 2x - 2 \int e^{-x} \sin 2x dx) \\&= -e^{-x} \sin 2x - 2e^{-x} \cos 2x - 4 \int e^{-x} \sin 2x dx.\end{aligned}$$

Portando a primo membro l'ultimo integrale si ha

$$5 \int \frac{\sin 2x}{e^x} dx = -e^{-x} \sin 2x - 2e^{-x} \cos 2x$$

e infine

$$\int \frac{\sin 2x}{e^x} dx = \frac{1}{5} e^{-x} (-\sin 2x - 2 \cos 2x).$$