Proviamo che, se $x \geq -1$, per ogni $n \geq 1$ vale

$$(1+x)^n \geq 1+nx.$$

Dimostriamo questa disuguaglianza utilizzando il principio di induzione. Dobbiamo pertanto provare la disuguaglianza per il primo n, supporla poi vera in un generico intero n e dimostrarla per l'intero successivo $(n+1)$.

Per $n=1$ risulta $1+x \geq 1+x$.

Supponiamo allora che la disuguaglianza sia vera in un generico intero n e proviamo la disuguaglianza per $n+1$.

$$\begin{aligned}(1+x)^{n+1} &= (1+x)(1+x)^n \geq (1+x)(1+nx) = \\ &= 1+x(n+1)+nx^2 \geq 1+(n+1)x\end{aligned}$$

Allora, per il principio di induzione la disuguaglianza è vera per ogni $n \in \mathbb{N}$.