Proviamo che per ogni $n \geq 1$ vale

$$1 + r + r^2 + \ldots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r} \qquad r \neq 1.$$

Dimostriamo questa uguaglianza utilizzando il principio di induzione. Dobbiamo pertanto provare la disuguaglianza per il primo n, supporla poi vera in un generico intero n e dimostrarla per l'intero successivo $(n + 1)$.

Per $n = 0$ risulta $1 = 1$.

Supponiamo allora che la disuguaglianza sia vera in un generico intero n e proviamo la disuguaglianza per $n + 1$.

$$\begin{aligned} 1 + r + r^2 + \ldots + r^n + r^{n+1} &= \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r} + r^{n+1} = \\ &= \frac{1}{1 - r}(1 - r^{n+1} + r^{n+1} - r^{n+2}) = \frac{1 - r^{n+2}}{1 - r} \end{aligned}$$

Allora, per il principio di induzione l'uguaglianza è vera per ogni $n \in I\!N$.