Studiamo, al variare di $x \in \mathbb{R}$, il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+x^2)^n}{2^{n-1}}.$$

Si tratta di una serie geometrica

$$2\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+x^2}{2}\right)^n$$

di ragione $q = \dfrac{1+x^2}{2}$. Pertanto la serie si comporta nel seguente modo

$$\begin{array}{llll} |q| < 1 & 1+x^2 < 2 & |x| < 1 & \text{la serie converge} \\ q \geq 1 & 1+x^2 \geq 2 & |x| \geq 1 & \text{la serie diverge} \\ q \leq -1 & 1+x^2 \leq -2 & & \text{non è mai verificato.} \end{array}$$

Se inoltre $|x| < 1$ la somma della serie è data da

$$s = 2\left(\frac{2}{1-x^2} - 1\right).$$