Denotata con x la base del rettangolo e y la sua altezza, si tratta di risolvere il seguente problema di mimimo

$$\begin{cases} x > 0, \ y > 0 \\ xy = a > 0 \\ \min 2(x+y) \end{cases} \iff \begin{cases} x > 0, \ y > 0 \\ x = \frac{a}{y} \\ \min 2[\frac{a}{y} + y]. \end{cases}$$

Cerchiamo allora il minimo assoluto della funzione $g(y) = 2[\frac{a}{y} + y]$, con il vincolo che $y > 0$.

$$g'(y) = -\frac{2a}{y^2} + 2 \geq 0 \iff y \leq -\sqrt{a}, \quad \cup \quad y \geq \sqrt{a}.$$

Dunque la funzione g è crescente per $y > \sqrt{a}$, decrescente per $0 < y < \sqrt{a}$, ne risulta che il minimo assoluto è raggiunto per $y = \sqrt{a}$, in tal caso il rettangolo è un quadrato.