Calcoliamo il seguente limite adoperando i teoremi di L'Hospital

$$\lim_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}.$$

Questo limite conduce, con un passaggio diretto, alla forma indeterminata $0 \cdot \infty$.

Si osservi che

$$\lim_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}}$$

e quindi si è ricondotti allo studio del limite del rapporto di due infiniti.

Verifichiamo che si può adoperare la regola di L'Hospital.

Le due applicazioni al numeratore ed al denominatore risultano continue e derivabili in un intorno destro del punto zero, inoltre la derivata del denominatore, essendo uguale a $-\frac{1}{x^2}$, risulta sempre diversa da zero. Allora adoperando la regola di L'Hospital si ha

$$\begin{aligned} \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\frac{1}{x}} &= \lim_{x\to 0^+} \frac{-\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}}{-\frac{1}{x^2}} \\ &= \lim_{x\to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty. \end{aligned}$$