

Proviamo che per ogni  $n \in \mathbb{N}$  vale

$$2^n \leq (n+1)!.$$

Dimostriamo questa disuguaglianza utilizzando il principio di induzione.

Dobbiamo pertanto provare la disuguaglianza per il primo  $n$ , supporla poi vera in un generico intero  $n$  e dimostrarla per l'intero successivo  $(n+1)$ .

Per  $n=0$  risulta  $2^0 = 1 = (0+1)! = 1$ .

Supponiamo allora che la disuguaglianza sia vera in un generico intero  $n$  e proviamo la disuguaglianza per  $n+1$ .

$$2^{n+1} = 2 \cdot 2^n \leq 2(n+1)! \leq (n+2)(n+1)! = (n+2)!$$

Allora, per il principio di induzione la disuguaglianza è vera per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .